**Примеры решения индивидуальных задач И1-И5**

**Требования к оформлению.**

1. Все решения и исправления выполните в одной ученической тетради.
2. Для лучшей читаемости страницы тетради желательно нумеровать справа налево

|  |  |
| --- | --- |
| 2 | 1 |

1. Рисунки выполните крупно и по заданным размерам.
2. При несовместимости данных обращайтесь к лектору: Skype: torsor2751992, mob 8-901-300-4432: Алексей Владимирович).
3. Каждый пункт снабдите поясняющим текстом, как в примере.
4. Преобразования формул должны быть последовательными и понятными для стороннего читателя.

**Условия**

Тело из двух стержней (у Вас это может быть пластина) плотности , сваренных под углом , вращается вокруг неподвижной вертикальной оси. Материальная точка массы m скользит без трения вдоль оси х.

**Данные для задач А, Б и В**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| m (к*г*) | a(м) | 𝛼 (град) | 𝛾 (к*г*/м) | (c-1) | *x*0 (м) | (м/с) | (нм) | (м/с) |
| 1 | 2 | 60 | 1 | -1 | 1,5 | 1 | -t3 |  |

Замечание: в условии может встретиться обозначение t3 эквивалентное t3

**Задача А**

*x*

О

φ

m

α

a

2a

Рис.1

Тело вращается с постоянной угловой скоростью .

Найти

1. Закон относительного движения точки *x* (t).
2. Положение относительного равновесия, если оно существует.

В момент, когда точка покидает тело, найти также

1. Скорость точки
2. Реакцию тела на точку.
3. Составляющие главного вектора реакций шарниров.

**И1. Решение задачи А с помощью основного уравнения динамики относительного движения**

1. Уравнение динамики относительного движения точки

P

Рис.2

**ω**

𝛽𝛽

y

*x*

О

ω

m

α

a

*Фе*

*Фс*

*h*

***Ne***

Знак легче определить при

Проектируя уравнение на ось *х* , получаем дифференциальное уравнение относительного движения точки

1. Положение относительного равновесия существует в точке Р, где

Очевидно, что при и точка будет удаляться от начала О координаты х. При и точка будет приближаться к началу О координаты х. При заданных начальных условиях точка движется в направлении оси х.

1. Решение неоднородного уравнения

Постоянные находим из начальных условий

Решение приобретает вид

1. Проекция основного уравнения на ось у:

Проекция основного уравнения на ось z:

Чтобы найти скорость вылета, в дифференциальном уравнении перейдем от переменной t к переменной x

Из начальных условий

Скорость и нормальная реакция на выходе при

1. Составляющие реакции шарнира **R** найдем из теоремы о движении центра масс

Рис.3

**ω**

О

α

a

*h*

a

a

где составляющие от ускорений центров тяжести стержней, а от ускорения точки. Последнее состоит из относительного, переносного и Кориолисова ускорений:

Направления составляющих изобразим на рисунке и вычислим их величину

;

**И3. Решение задачи А с помощью уравнения Лагранжа и теоремы об изменении кинетической энергии**

1. Методом Лагранжа получить дифференциальное уравнение относительного движения точки, найденное в И1.
2. С помощью теоремы об изменении кинетической энергии найти давление тела на точку в момент ее вылета с тела, и сравнить с результатом И1.

**Решение**

1. Найдем дифференциальное уравнение относительного движения точки из уравнения Лагранжа

Скорость складывается из переносной и относительной скоростей (Рис.2)

Таким образом кинетическая энергия

Находим производные:

Обобщенная сила поскольку силы тяжести перпендикулярны скоростям центров тяжести и не имеют мощности.

Подставив производные в уравнение Лагранжа приходим к тому же дифференциальному уравнению, что и в И1

(1)

1. Найдем давление тела на точку из теоремы об изменении кинетической энергии точки.

где N- мощность всех сил, приложенных к точке, в переносном вращательном движении и в движении вдоль оси х

Сила тяжести m**g** не имеет мощности. Во вращательном движении мощность реакции вычисляем через момент силы

Итак

Из дифференциального уравнения движения точки

Таким образом, после сокращения на находим тот же результат, что и в И1

тот же результат, что и в И1

**Ответ задачи А**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1** | **2** | **3** | **4** |
|  |  |  |  |

**Задача Б**

*x*

О

φ

М

α

a

2a

В

А

Рис.3

Тело вращается из состояния покоя под действием момента . Точка массы m скользит по телу без трения по закону

Найти

1. Угловую скорость тела в момент, когда точка покидает тело.
2. Давление тела на точку в момент ее вылета с тела.
3. Момент, действующий на тело в задаче А при вылете точки.

**И2. Решение задачи Б с помощью теоремы об изменении кинетического момента.**

1. Кинетический момент системы складывается из кинетического момента стержней АОВ с зафиксированной на них в текущий момент точкой М и кинетического момента точки М в относительном движении (плечо .

Последнее слагаемое отрицательно, поскольку при момент относительной скорости направлен против

C- центр стержня ОВ.

Кинетический момент системы:

Интегрируем теорему об изменении кинетического момента

Иначе

В момент, когда точка покидает тело.

1. Найдем давление тела на точку в момент ее вылета с тела. Связь между угловым ускорением тела, приложенным к нему моментом и давлением точки на тело из дифференциального уравнения вращения тела.

(\*)

Дифференцируя закон угловой скорости , получаем:

При

1. **В задаче А** из соотношения (\*)можно найти вращательный момент в момент вылета Равномерное вращение:

при вылете точки с тела . По третьему закону Ньютона знак проекции давления точки на тело противоположен знаку проекции найденного в задаче А давления тела на точку:

Таким образом, в момент вылета к телу приложен момент

Момент имеет отрицательное значение поскольку в задаче А отрицательна угловая скорость.

**И4. Решение задачи Б с помощью уравнения Лагранжа**

Методом Лагранжа найти закон изменения угловой скорости. Сравнить с результатом И2.

𝛽

*x*

*x*

О

φ

M

α

a

*h*

y

Рис.4

Поскольку и

Приходим к тому же результату, что и в И2:

Видим, что в данном примере кинетический момент системы связан с кинетической энергией формулой

**Ответ задачи Б**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 |
|  |  |  |

**Задача В**

Тело и точка движутся свободно. Координаты и являются неизвестными функциями времени. Найти:

1. Дифференциальные уравнения движения системы методом Лагранжа.

**И5. Решение задачи В с помощью уравнений Лагранжа и теоремы об изменении кинетической энергии**

Составим дифференциальные уравнения движения системы с помощью уравнений Лагранжа. Система имеет 2 степени свободы. Выберем обобщенные координаты x и φ.

Уравнения Лагранжа:

Кинетическая энергия системы из И4

Уравнение по х:

Первое дифференциальное уравнение:

***Проверяем***: При приходим к уравнению относительного движения точки, полученному ранее в**задаче А**

Уравнение по :

Поэтому - циклическая координата, которой соответствует циклический интеграл

Интеграл выражает сохранение кинетического момента системы относительно оси z.

***Проверяем***: При получаем тот же закон угловой скорости

что и в задаче И2 при отсутствии момента.

Второе дифференциальное уравнение:

Найдем давление тела на точку.

Энергия содержит в первой степени

Энергия содержит в нулевой степени

Мощность реакции в переносном движении точки

***Проверяем***: В **задаче А:**

В момент вылета точки

Получаем ту же реакцию тела на точку

что и в задаче И3.

**Ответ задачи В**

|  |
| --- |
|  |

моменты инерции 2.tif

3